MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HARGHITA
HARGITA MEGYE TANFELÜGYELŐSÉGE
VIII. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXV. Erdélyi Magyar Matematikaverseny
2026. február 23-27., Gyergyószentmiklós
SALAMON ERNŐ GIMNÁZIUM

VIII. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXV. Erdélyi Magyar Matematikaverseny
országos szakasz, 2026. február 24.

V. osztály

1. feladat. A gyűrűk ura a műhelyében varázsgyűrűt készít, amelyeket majd a boltjában elad, darabját 10 petákért. Gyűrűket csak munkanapokon készít, de boltja a hét minden napján nyitva van. Hétfő reggel belépett az üres boltjába, nekifogott és készített néhány gyűrűt. Kedden háromszor annyit készített, mint hétfőn, és eladott a hétfőn készített gyűrűkből 12 darabot. Szerdán feleannyi gyűrűt készített, mint hétfőn és eladta a kedden készített gyűrűk felét, amelyekért 240 petákot kapott. Csütörtökön és pénteken is ugyanannyi gyűrűt készített és adott el, mint kedden. Hány petákot érnek a hétvégére a boltban maradt gyűrűk?

2. feladat. Egy 6x6-os tábla négy sarkát kivágtuk. A maradékot L-alakú, négy egységnégyzetből álló darabokkal szeretnénk teljesen lefedni úgy, hogy a darabok egymást ne fedjék. A darabok tetszőlegesen elhelyezhetők a táblán, de minden darabnak pontosan 4 kis négyzetecskét kell fednie. Keresd meg az összes lehetséges lefedést!

3. feladat. Adott az $n = 3 + 3^2 + 3^3 + \cdots + 3^{2025}$ természetes szám.

a) Igazold, hogy n egy páratlan szám!

b) Határozd meg n utolsó számjegyét!

c) Igazold, hogy n osztható 11-gyel!

4. feladat. Az a természetes számot „mágikus” számnak nevezzük, ha felírható két, egymástól és nullától is különböző négyzetszám összegeként.

a) Határozd meg a kétjegyű „mágikus” számok számát!

b) Mennyi lehet egy kétjegyű „mágikus” prímszám 4-gyel való osztási maradéka?

c) Igazold, hogy 26^n „mágikus” szám, bármely $n \geq 1$ természetes szám esetén!

Megjegyzések: Az első két feladat 30-30 pontot, az utolsó kettő 20-20 pontot ér, amelyből hivatalból összesen jár 10 pont. Munkaidő: 3 óra.