MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HARGHITA
HARGITA MEGYE TANFELÜGYELŐSÉGE
VIII. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXV. Erdélyi Magyar Matematikaverseny
2026. február 23-27., Gyergyószentmiklós
SALAMON ERNŐ GIMNÁZIUM

VIII. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXV. Erdélyi Magyar Matematikaverseny
országos szakasz, 2026. február 24.

VII. osztály

1. feladat. Határozd meg az $A = \left\{ \overline{abc} \;\middle|\; \sqrt{\overline{abc} + \sqrt{c}} \in \mathbb{N} \right\}$ halmazt, elemei felsorolásával!

2. feladat. Marci leírta a $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \ldots, \sqrt{30}$ számokat különböző oszlopokba úgy, hogy bármelyik két oszlopot választja ki, legyen az oszlopoknak egy-egy eleme, amit össze tud adni. Marci a $\sqrt{a}$ és $\sqrt{b}$ számokat pontosan akkor tudja összeadni, ha a gyökök alól ki tud emelni természetes számokat úgy, hogy a gyökök alatt ugyanaz maradjon mindkét számban. Például a $\sqrt{2}$ és a $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ számokat Marci össze tudja adni, de a $\sqrt{2}$ és $\sqrt{6}$ számokat nem tudja összeadni.

a) Határozd meg hány összeadható számokból álló számpár képezhető, amelyben a tagok különbözőek?

b) Legfeljebb hány oszlopot tud Marci képezni a megengedett szabályok szerint? Válaszodat indokold!

3. feladat. Adottak az x és y nullától különböző természetes számok, amelyek teljesítik a következő összefüggést:

$$\frac{2026}{2027} < \frac{x}{y} < \frac{2027}{2028}.$$

a) Igazold, hogy az x és y nem egymás utáni számok!

b) Mennyi az $x + y$ legkisebb értéke, ha $y = x + a$ és $a \in \mathbb{N}^*$?

4. feladat. Az A, B és C középpontú körök páronként kívülről érintik egymást az M, N és P pontokban úgy, hogy $M \in AB$, $N \in BC$ és $P \in AC$. Legyen K az NM egyenesnek az A középpontú körrel való második metszéspontja. Az A és C középpontú körökben vedd fel rendre a PF és NE átmérőket!

a) Bizonyítsd be, hogy $KA \parallel BC$!

b) Igazold, hogy a K, P és E pontok kollineárisak!

c) Mutasd ki, hogy a KE és FM egyenesek által alkotott szög kongruens az MPN szöggel!

Megjegyzések: Az első két feladat 30-30 pontot, az utolsó kettő 20-20 pontot ér, amelyből hivatalból összesen jár 10 pont. Munkaidő: 3 óra.