MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HARGHITA
HARGITA MEGYE TANFELÜGYELŐSÉGE
VIII. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXV. Erdélyi Magyar Matematikaverseny
2026. február 23-27., Gyergyószentmiklós
SALAMON ERNŐ GIMNÁZIUM

VIII. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXV. Erdélyi Magyar Matematikaverseny
országos szakasz, 2026. február 24.

VIII. osztály

1. feladat. a) Határozd meg azokat az $(x; y)$ egész számpárokat, amelyekre:

$$(x^2 - 4x + 6)(2y^2 - 2y + 1) = 3\,.$$

b) Határozd meg azokat az x és y valós számokat, amelyekre

$$(x^2 - 4x + 6)(2y^2 - 2y + 1) = 1\,.$$

2. feladat. Adott a $VABCD$ szabályos négyoldalú gúla. Az alapban az átlók metszéspontja O, a P pont pedig az O pont vetülete a VBC síkra.

a) Igazold, hogy a P magasságpont a VBC háromszögben!

b) Legyen $AB = 2a$ és $VA = 3a$, illetve $BP \cap VC = \{N\}$. Határozd meg a BND sík és az alapsík által közrezárt szög koszinuszát!

3. feladat. Marcika leírta a $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \ldots, \sqrt{50}$ számokat különböző oszlopokba úgy, hogy bármelyik két oszlopot választja ki, legyen az oszlopoknak legalább egy-egy eleme, amit össze lehet adni. Marcika a $\sqrt{a}$ és $\sqrt{b}$ számokat pontosan akkor tudja összeadni, ha a gyökök alól ki tud emelni természetes számokat úgy, hogy a gyökök alatt ugyanaz maradjon mindkét számban. Például a $\sqrt{2}$ és a $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ számokat össze tudja adni, de a $\sqrt{2}$ és a $\sqrt{6}$ számokat nem.

a) Igazold, hogy a számok beírhatóak 9 oszlopba a fenti szabályok szerint!

b) Igazold, hogy a számok nem írhatóak be 10 oszlopba a fenti szabályok szerint!

4. feladat. a) Adott az $ABCDA'B'C'D'$ kocka, amelynek az éle a. Határozd meg az A' pont távolságát az $AB'D'$ síktól!

b) Adott az $ABCDA'B'C'D'$ téglatest. Igazold, hogy az $ABCDA'B'C'D'$ téglatest akkor és csakis akkor kocka, ha $A'C \perp (AB'D')$.

Megjegyzések: Az első két feladat 30-30 pontot, az utolsó kettő 20-20 pontot ér, amelyből hivatalból összesen jár 10 pont. Munkaidő: 3 óra.