MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HARGHITA
HARGITA MEGYE TANFELÜGYELŐSÉGE
VIII. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXV. Erdélyi Magyar Matematikaverseny
2026. február 23-27., Gyergyószentmiklós
SALAMON ERNŐ GIMNÁZIUM

VIII. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXV. Erdélyi Magyar Matematikaverseny
országos szakasz, 2026. február 24.

IX. osztály – I. forduló

1. feladat. Oldd meg a valós számok halmazán a

$$\sqrt{x+2\sqrt{2x-4}}+\sqrt{x+6-4\sqrt{2x-4}}=(x-3)\sqrt{2}$$

egyenletet!

2. feladat. Igazold, hogy ha $x \geq 1$ és $\sqrt{x} \notin \mathbb{Z}$, akkor

$$\frac{1}{[\sqrt{x}+2026]-2026}+\frac{1}{\{\sqrt{x}+2026\}} \geq \frac{8}{x+1}.$$

3. feladat. Igazold, hogy bármely $x, y, z > 0$ valós számok esetén teljesül a következő egyenlőtlenség

$$(x^2+1)(y^2+1)+(y^2+1)(z^2+1)+(z^2+1)(x^2+1) \geq 4 \cdot (3xyz-x-y-z).$$

4. feladat. Az $ABCD$ konvex négyszög oldalait meghosszabbítjuk úgy, hogy $B' \in (AB$, $BB'=AB$, $C' \in (BC$, $CC'=2BC$, $D' \in (CD$, $DD'=3CD$ és $A' \in (DA$, $AA'=4DA$.

a) Igazold, hogy A az $A'B'C'D'$ négyszög súlypontja!

b) Bizonyítsd be, hogy $T_{A'B'C'D'} > 12T_{ABCD}$.

Megjegyzés: Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér, hivatalból minden feladatra 1 pont jár.
Munkaidő: 3 óra.