MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HARGHITA
HARGITA MEGYE TANFELÜGYELŐSÉGE
VIII. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXV. Erdélyi Magyar Matematikaverseny
2026. február 23-27., Gyergyószentmiklós
SALAMON ERNŐ GIMNÁZIUM

VIII. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXV. Erdélyi Magyar Matematikaverseny
országos szakasz, 2026. február 25.

X. osztály – II. forduló

1. feladat. Az A halmaz az olyan nyolcjegyű pozitív egész számok halmaza, amelyek első öt számjegyének a szorzata 2025 és az utolsó négy számjegyének a szorzata is 2025. Határozd meg az A halmaz elemeinek számát!

2. feladat. Az $f : \mathbb{N}^* \to \mathbb{N}^*$ függvényt a következőképpen értelmezzük: $f(a)$ az a legkisebb négyzetszám, amelyre teljesül, hogy $a \mid f(a)$ (például $f(3) = 9, f(8) = 16$).

a) Határozd meg az összes olyan n számot, amelyre $f(n) = 2025$.

b) Hány megoldása van az $f(n) - n = 2025$ egyenletnek?

3. feladat. Az $ABCD$ konvex négyszögben $\widehat{DAB} = 90°$, $\widehat{ABC} = 150°$, $AD = BC = a$, $AB = n \cdot a$, ahol $n \in (0, \infty)$ változó. Számítsd ki a $\dfrac{CD}{BD}$ arány legnagyobb értékét!

4. feladat. Adott 15 darab nemnulla, egymástól különböző, 987-nél kisebb természetes szám. Bizonyítsd be, hogy ezek között létezik három olyan szám, amelyek egy háromszög oldalhosszai lehetnek!

5. feladat. A $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ halmaz egy A részhalmazára teljesül, hogy az A bármely három a, b, c eleme esetén az $ax^2 + bx + c = 0$ egyenletnek nincs egész gyöke. Legtöbb hány eleme lehet az A halmaznak?

6. feladat. Az $ABCD$ konvex négyszögben $\widehat{ABD} = 2\widehat{ACD}$ és a BD egyenes az ABC háromszög köré írt kört az E pontban metszi.

a) Igazold, hogy a D pont az ABC háromszög köré írt kör belsejében található!

b) Igazold, hogy $AB = DB$ akkor és csakis akkor, ha AD az $\widehat{EAC}$ szögfelezője!

Megjegyzés: Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér, hivatalból minden feladatra 1 pont jár.
Munkaidő: 4 óra.