MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII
INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN HARGHITA
HARGITA MEGYE TANFELÜGYELŐSÉGE
VIII. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXV. Erdélyi Magyar Matematikaverseny
2026. február 23-27., Gyergyószentmiklós
SALAMON ERNŐ GIMNÁZIUM

# VIII. Országos Magyar Matematikaolimpia
# XXXV. Erdélyi Magyar Matematikaverseny
**országos szakasz, 2026. február 25.**

## XI-XII. osztály – II. forduló

**1. feladat.** Határozd meg az összes olyan $(x, y)$ egész számokból álló számpárt, amelyre

$$x(x+1)(x+2)(x+3)+12=y^2.$$

**2. feladat.** Az $ABC$ háromszögben $AB = AC$. Legyen $D \in (AB)$ és $E \in (BC$ olyan pont, amelyre $C \in (BE)$ és $BD = CE$. Jelölje $I_a$ az $ABC$ háromszög $BC$ oldalához írt körének középpontját. Igazold, hogy a $BDE$ háromszög köré írt kör átmegy az $I_a$ ponton!

**3. feladat.** Az $ABC$ háromszög $AB$, $BC$ és $CA$ oldalának felezőpontjai $C'$, $A'$, $B'$ és legyen $M$ egy pont a síkban. Ha $a$ az $A'$ ponton át az $AM$ egyenessel párhuzamosan húzott egyenes, $b$ a $B'$ ponton át a $BM$ egyenessel párhuzamosan húzott egyenes és $c$ a $C'$ ponton át a $CM$ egyenessel párhuzamosan húzott egyenes, akkor igazold, hogy az $a$, $b$, $c$ egyenesek egy pontban futnak össze!

**4. feladat.** Bizonyítsd be, hogy $c = 1$ a legnagyobb olyan valós konstans, amelyre

$$\frac{x}{xa+yb}+\frac{y}{ya+xb}\geq\frac{c}{a+b},$$

minden $a, b, x, y > 0$ esetén!

**5. feladat.** Angelico felírt a táblára néhány 2026-nál nem nagyobb, legfeljebb 2026 db, nem feltétlenül különböző pozitív egész számot. Ezután mindegyik számot egyenként a 2026. hatványra emelte, majd a kapott számokat összeadta. Az így kapott eredmény $9^{1014} \cdot 11^{2028}$. Hány számot írhatott fel Angelico?

**6. feladat.** Ali és Baba egy $1 \times 4n$ mezőből álló, sakktáblaszerűen színezett táblán játszik ($n \geq 2$). A játékosok felváltva lépnek, Ali kezd. Egy lépésben a soron lévő játékos két tetszőleges mező színét felcseréli, azzal a megkötéssel, hogy egy adott mezőpár cseréjére a játék teljes ideje alatt legfeljebb egyszer kerülhet sor. A játék akkor ér véget, ha az összes lehetséges párt megcserélték. Ali célja, hogy a játék bármely fázisában megjelenjen a táblán egy minél hosszabb egyszínű szakasz, Baba pedig ezt próbálja megakadályozni. Mekkora az a leghosszabb egyszínű szakasz, amit Ali a játék kimenetelétől függetlenül, átmenetileg is képes előállítani?

Megjegyzés: Minden feladat helyes megoldása 10 pontot ér, hivatalból minden feladatra 1 pont jár.
Munkaidő: 4 óra.